

**Teorie modalności epistemicznych i ontycznych
z pierwotnym pojęciem zmiany.
Rozszerzenia logiki zmiany LC**

Marcin Łyczak

Streszczenie

Przedłożona praca doktorska jest wynikiem badań prowadzonych w ramach projektu pt. *Teorie modalności epistemicznych i ontycznych z pierwotnym pojęciem zmiany. Rozszerzenia logiki zmiany LC*, finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki (Preludium 13, 2017/25/N/HS1/02779). Składają się na nią trzy artykuły opublikowane w czasopismach naukowych:

- (i) “The Logic of Modal Changes LMC”, *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 2020, 30(1), 50-67, (<https://doi.org/10.1080/11663081.2020.1717267>);
- (ii) “Belief Changes and Cognitive Development: Doxastic Logic LCB”, *Axiomathes*, 2020, (<https://doi.org/10.1007/s10516-020-09486-8>);
- (iii) “The Modal Logic LEC for Changing Knowledge, Expressed in the Growing Language”, *Logic and Logical Philosophy*, 2020, ([DOI:10.12775/LLP.2020.012](https://doi.org/10.12775/LLP.2020.012)).

Punktem wyjścia prac, stanowiących niniejszą serię jest logika zmiany LC, autorstwa Pani Profesor K. Świętorzeckiej. Zdaniowa logika modalna LC jest inspirowana Arystotelesowską koncepcją zmian substancjalnych oraz ideą ontologicznego pierwszeństwa zmiany względem czasu. Logika ta jest wyrażona w języku systematycznie powiększającym się o nowe zdania elementarne. LC była przedmiotem dwóch grantów badawczych, realizowanych przez prof. K. Świętorzecką:

- *Odwzorowanie w językach sformalizowanych klasyczne koncepcje zmiany sytuacji i rzeczy* (NCN, N10100231/0087);
- *Modalna logika zmiany LC i wybrane jej rozszerzenia inspirowane filozoficznie. Formalny opis niektórych rodzajów zmienności przekonań oraz zdań samozwrotnych* (NCN, NN101162040).

Wyniki uzyskane w przedkładanych artykułach opierają się na rezultatach

formalnych i metalogicznych uzyskanych przez Prof. K. Świętorzecką (logika LC) i następnych podanych przez Prof. K. Świętorzecką i Prof. J. Czermaka (logika LCS4). Logika LC operuje pierwotnym funktorem modalnym \mathcal{C} , czytany: *zmienia się to, że ...*. Funktor \mathcal{C} opisuje zmiany dychotomiczne z A do nie- A oraz z nie- A do A . Za pomocą \mathcal{C} jest definiowalny funktor następstwa, który może być interpretowany temporalnie. W logice LCS4, która jest rozszerzeniem LC, wzmacnia się pojęcie niezmienności i uzyskuje się to, że LCS4 jest równoważna logice czasu liniowego LTL rozszerzonej o pojęcie zmiany w sensie \mathcal{C} . W semantyce obu logik definiuje się tzw. historie zmian. W każdej historii zmian, dla dowolnego stanu świata istnieje dokładnie jeden stan będący jego następnikiem. W każdym z prezentowanych tu artykułów uzyskano nowy system formalny i każdy z nich wykorzystuje powyższe idee.

Niniejszym omawiam podstawowe założenia i wyniki zawarte w pracach z przedłożonej serii.

Ad. (i) Logika zmian modalnych LMC jest inspirowana oryginalnie zamierzoną interpretacją logiki LC. Obok zmian substancjalnych, Arystoteles rozróżniał także zmiany: jakościową, ilościową i przestrzenną [*Metafizyka*, XII, 2, 1069b], dotyczące atrybutów *substancji* [*Analytica Posteriora*, I, 83b]. Arystoteles dzielił atrybuty na *istotne* (konieczne) i *przypadkowe* [*Analytica Posteriora*, I, 73a-73b]. Logika LMC ma formalizować dwa typy zmian atrybutywnych, polegających na nabywaniu i utracie atrybutów tych dwóch rodzajów. Zmianę atrybutów przypadkowych danej substancji wyraża się za pomocą funktora \mathfrak{c} (*może się zmienić to, że ...*), natomiast zmianę atrybutów istotnych – za pomocą funktora \mathfrak{C} (*musi się zmienić to, że ...*). Zmiana atrybutywna daje się opisać na gruncie niektórych modeli wyznaczonych w ramach semantyki logiki LMC. Wprowadzając do logiki LMC operator temporalny: *następnie musi być tak, że ...*, otrzymujemy podlogikę logiki czasu rozgałęzionego CTL. W jej semantyce może istnieć (nieskończenie) wiele stanów będących następnikami poprzedniego, a nie tylko jeden tak jak w przypadku struktur liniowych. Okazuje się więc, że zmiana może być pierwotna względem czasu nie tylko w liniowych, ale również w rozgałęzionych strukturach temporalnych. W artykule podano dowód twierdzenia o pełności logiki LMC względem zadeklarowanej semantyki.

Ad. (ii) Logika zmiany przekonań LCB nawiązuje do epistemicznych interpretacji logiki LC. Dynamicznie rozrastający się język LC może być pomyślany jako efekt towarzyszący procesom poznawczym danego podmiotu epistemicznego, w których podmiot dowiadyuje się o nowych sytuacjach, które mogą realnie zaistnieć. Logika LCB jest rozszerzeniem logiki LC poprzez

wprowadzenie funktora \mathcal{B} , który czytamy: *podmiot epistemiczny wierzy, że* Modalność \mathcal{B} ma własności KD45. Epistemiczna logika KD45 rozstrzyga o niesprzeczności przekonań, akceptacji ich konsekwencji oraz *pozytywnej i negatywnej introspekcji* (odpowiednio: wiedzę o wiedzy oraz wiedzę o niewiedzy). Rozszerzający się język pozwala na osłabienie pragmatycznych obiekcji wobec aksjomatu negatywnej retrospekcji, który akceptuje się w logice KD45. Aksjomat ten nie stosuje się do formuł spoza aktualnego języka podmiotu epistemicznego, nie dotyczy formuł, które dopiero będą należeć do jego języka na skutek nowych okoliczności poznawczych. Podobnie jest z regułą dołączania modalności \mathcal{B} do tez logicznych, wyrażającej tak zwany problem *wszechwiedzy logicznej*. Formuły logicznie prawdziwe, ale nie należące do aktualnego języka podmiotu epistemicznego nie wchodzą w skład jego przekonań. W semantyce logiki LCB podmiot epistemiczny bierze pod uwagę różne możliwe stany świata aktualnego, z punktu widzenia swoich przekonań. Gdy rozszerza on swój język, wtedy każdy stan, aktualizuje się do stanu opisanego w nowym, aktualnym języku. Zaktualizowany stan musi być zgodny z jego aktualnymi przekonaniami. Podmiot epistemiczny zawsze ma możliwość wzbogacenia spektrum możliwych stanów świata aktualnego, których wcześniej nie mógł wziąć pod uwagę, gdy jego język był zbyt ubogi. Implementacja idei rozszerzającego się języka do semantyki Kripkego została porównana z epistemicznymi logikami świadomości (*Awareness logics*), w których przekonania są ograniczone do tych wyrażen, których podmiot epistemiczny jest świadomy. Opisujemy również formalne związki LCB z linearnymi logikami epistemicznymi. W temporalnych logikach epistemicznych, w których język logiki jest stały, podmiot epistemiczny dysponujący *niezawodną pamięcią*, w danej chwili bierze pod uwagę różne możliwe stany świata i wraz z uzyskaniem nowych informacji, może jedynie odrzucać niektóre z nich jako niemożliwe. Zasada niezawodnej pamięci jest często akceptowana w temporalnych logikach epistemicznych i teorii gier. Nasze podejście, w związku z rozszerzającym się językiem podmiotu epistemicznego, jest inne. Aby wyjaśnić naszą intencję, weźmy pod uwagę podmiot epistemiczny, który ma w swoim aktualnym języku dwa zdania atomowe α_1, α_2 (wzajemnie niezależne na gruncie klasycznej logiki zdaniowej). Może on rozpatrywać, jako możliwe, co najwyżej cztery stany opisane przez $\{\alpha_1, \alpha_2\}$, $\{\neg\alpha_1, \alpha_2\}$, $\{\alpha_1, \neg\alpha_2\}$ oraz $\{\neg\alpha_1, \neg\alpha_2\}$. Dodanie do języka kolejnego wyrażenia atomowego skutkuje tym, że podmiot epistemiczny może wziąć pod uwagę kolejne możliwe stany, których jest już teraz osiem. Te intuicje wyrażone w semantyce LCB powodują, że podmiot epistemiczny posługuje się inną logiką, niż wtedy, gdy język logiki nie rozszerza się i podmiot może jedynie odrzucać niektóre stany świata aktualnego, jako takie, które nie mogą się zrealizować.

W artykule podano aksjomatykę logiki LCB i udowodniono pełność uzyskanej logiki względem semantyki rozszerzającego się języka.

Ad. (iii) Logika LEC formalizuje dwa nowe pojęcia epistemiczne: *wiedzę aktualną* oraz *wiedzę stabilną* reprezentowane przez dwa funktory modalne, odpowiednio: k oraz \mathcal{K} . Jest to logika jednoagentowa dwóch modalności. Tak jak wcześniej, przyjmujemy jako podstawę formalną logikę LC i zakładamy, że język podmiotu epistemicznego rozszerza się. Wiedza aktualna może dotyczyć zmiennych komponentów świata i dlatego ona także może się zmieniać. Wiedza stabilna odnosi się do sytuacji niepodlegających zmianie. Ta modalność koresponduje z klasyczną koncepcją wiedzy w tym sensie, że nabyta wiedza stabilna jest niezmienna. W logice LEC wiedza stabilna implikuje wiedzę aktualną. Gdy wiedza aktualna jest niezmienna, wówczas implikuje ona wiedzę stabilną. W logikach epistemicznych do aksjomatycznego opisu funktora reprezentującego *episteme* zazwyczaj bierze się pod uwagę logiki modalne pomiędzy systemami S4 a S5. Szczególnie zasada negatywnej introspekcji (brak wiedzy implikuje wiedzę o jej braku) bywa kwestionowana. Według argumentacji J. Hintikki, w alternatywnych stanach epistemicznych podmiot epistemiczny może mieć więcej wiedzy, w związku z uzyskaniem nowych informacji. (W standardowych logikach epistemicznych prawdziwość formuły $\mathcal{K}A$ w stanie s interpretuje się jako prawdziwość A we wszystkich stanach alternatywnych względem stanu s .) Przyjęcie zasady negatywnej introspekcji wraz z przyjęciem aksjomatu T (w skład wiedzy wchodzi tylko zdania prawdziwe) powoduje, że każdy stan jest alternatywny względem wszystkich. Operator wiedzy stabilnej \mathcal{K} jest aksjomatycznie uwikłany w pojęcia zmiany i wiedzy aktualnej. W LEC, w przeciwieństwie do znanych temporalnych logik epistemicznych, w aksjomatach i regułach nie są narzucane na \mathcal{K} żadne własności izolowane względem innych funktorów modalnych. W pracy podany został dowód, twierdzenia, że operator \mathcal{K} ma własności logiki modalnej S4.3. Wiedza stabilna w logice LEC wspiera argumentację Hintikki. Podmiot epistemiczny może sukcesywnie rozszerzać swój aparat pojęciowy i nabywać wiedzę, bo zasada negatywnej retrospekcji nie jest dowodliwa w LEC. Innymi słowy, brak wiedzy stabilnej może się zmienić. W pracy podano dowód pełności logiki LEC względem zadeklarowanej semantyki oraz omówiono jej relację do wybranych linearnych logik epistemicznych. Kombinacja dwóch koncepcji wiedzy, wyrażonej w rosnącym języku pozwala nam ponownie zakwestionować zasadę niezawodnej pamięci. Zasada perfekcyjnej pamięci w logice LEC, ze względu na nowe okoliczności poznawcze i możliwie powiększające się spektrum możliwych stanów, nie jest dowodliwa ani dla k , ani dla \mathcal{K} .

25.06.2020

**Theories of Epistemic and Ontic Modalities
with the Primitive Concept of Change.
Extensions of Logic of Change LC**

Marcin Łyczak

Summary

The presented doctoral dissertation is the result of research conducted in the frame of the project entitled *Theories of Epistemic and Ontic Modalities with the Primitive Concept of Change. Extensions of Logic of Change LC*, financed by the National Science Center supervised by the Ministry of Science and Higher Education (Preludium 13, 2017/25/N/HS1/02779). It consists of the following three articles published in scientific journals:

- (i) “The Logic of Modal Changes LMC”, *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 2020, 30(1), 50-67, (<https://doi.org/10.1080/11663081.2020.1717267>);
- (ii) “Belief Changes and Cognitive Development: Doxastic Logic LCB”, *Axiomathes*, 2020, (<https://doi.org/10.1007/s10516-020-09486-8>);
- (iii) “The Modal Logic LEC for Changing Knowledge, Expressed in the Growing Language”, *Logic and Logical Philosophy*, 2020, (DOI: [10.12775/LLP.2020.012](https://doi.org/10.12775/LLP.2020.012)).

The starting point for the work that constitutes this series is the logic of change LC, formulated by Professor K. Świętorzecka. The propositional modal logic LC is inspired by Aristotle’s notion of a substantial change and the idea that change is ontologically prior to time. The formalism is expressed in a language systematically expanding by new elementary propositions. LC was the subject of two research grants realized by prof. K. Świętorzecka:

- *Classical Conceptions of the Changeability of Situations and Things Represented in Formalized Languages* (NCN, N10100231/0087);
- *Modal logic of change LCG and some philosophically inspired extensions of it. Formal description of certain kinds of changing of convictions and self-referential sentences* (NCN, NN101162040).

The results obtained in the submitted articles are based on formal and meta-logical results obtained by prof. K. Świątorzecka (LC logic) and others, given by prof. K. Świątorzecka and prof. J. Czermak (LCS4 logic). The LC logic uses the primary modal operator \mathcal{C} , read: *it changes that ...*, which \mathcal{C} describes dichotomous changes from A to not- A and from not- A to A . Using \mathcal{C} , there is definable an operator of the succession that can be interpreted temporarily. In LCS4 logic, which is an extension of LC, the notion of no change is strengthened and the result is that LCS4 is equivalent to LTL linear temporal logic extended by the change operator in a sense of \mathcal{C} . In the semantics of both logics, there are defined the so-called histories of changes. In every history of change, for any *state* of the world, there is exactly one state that is its immediate successor. In each of the articles presented here, a new formal system has been obtained and each of them uses the above ideas.

I hereby discuss the basic assumptions and results contained in the works from the presented series.

Ad. (i) The logic of modal changes LMC is inspired by the originally intended interpretation of LC. In addition to substantive changes, Aristotle also distinguished: qualitative, quantitative and spatial changes [*Metaphysics*, XII, 2, 1069b], regarding the *attributes* of *substances* [*Analytica Posteriora*, I, 83b]. Aristotle distinguished essential attributes (necessary) and accidental attributes [*Analytica Posteriora*, I, 73a-73b]. LMC is to formalize by two types of attributive changes consisting of the acquisition and loss of attributes of these two types. The change of accidental attributes of a given substance is expressed by the operator \mathfrak{c} (*it can change that ...*), while the change of the essential attributes - by the operator \mathfrak{C} (*it must change that ...*). Attributive changes can be described on the basis of some models determined within the semantics of LMC logic. Introducing the temporal operator into LMC logic, to be read: *next it must be the case that ...*, we obtain the sublogic of the logic of branching time CTL. In its semantics, there can be (infinitely) many successors to one state, not just one, as in the case of linear structures. It turns out, that the change can be primary in relation to not only to linearly understood time but to branched time. The article provides the proof of completeness of LMC logic in relation to the declared semantics.

(ii) The logic of changing beliefs LCB refers to epistemic interpretations of LC logic. The dynamically growing LC language can be understood as an effect accompanying the cognitive processes of a given agent in which the agent learns about new situations that can occur. LCB logic is an extension

of LC by introducing the operator \mathcal{B} , which we read: *the agent believes that* ... and modality \mathcal{B} has the properties of modal logic KD45. The epistemic logic KD45 decides about the consistency of beliefs, acceptance of their consequences, *positive* and *negative introspection* (knowledge of knowledge and knowledge about its lack, respectively). The expanding language makes it possible to weaken pragmatic objections to the principle of negative introspection, which is accepted in KD45. This axiom does not apply to the formulas outside the current language of the agent, it does not apply to the formulas that will just belong to its language due to new cognitive circumstances. Similarly, the rule of attaching modality \mathcal{B} to logical theses, expressing the so-called problem of *logical omniscience*. Logically true formulas, but those that do not belong to the current language of the agent, do not belong to his beliefs. In the semantics of LCB logic, the agent takes into account various possible states of the current world from the point of view of his beliefs. When he expands his language, then each state updates to the state described in the new, current language. The updated state must match his current beliefs. The agent always has the opportunity to enrich the spectrum of possible states of the current world, which he could not previously take into account when his language was too poor. The implementation of the idea of expanding language to Kripke semantics has been compared with epistemic *Awareness* logics, in which beliefs are limited to expressions whose agent is aware of. We also describe the formal relationships of LCB with linear epistemic logics. In temporal epistemic logics, in which the language of logic is constant, the agent with *perfect recall*, at a given moment, takes into account various possible states of the world and with the acquisition of new information, he can only reject some of them as impossible. The principle of *perfect recall* is often accepted in temporal epistemic logics and game theory. Our approach, due to the expanding language of the agent, is different. To explain our intention, let us consider the agent, which has in his current language two atomic propositions α_1, α_2 (mutually independent on the ground of classical logic). He may consider, as possible, up to four states described by $\{\alpha_1, \alpha_2\}, \{\neg\alpha_1, \alpha_2\}, \{\alpha_1, \neg\alpha_2\}$ and $\{\neg\alpha_1, \neg\alpha_2\}$. The addition of another atomic expression to the language results in the fact that the agent can take into account the next possible states, of which there are already eight. These intuitions expressed in LCB semantics mean that the agent uses a different logic than when the language of logic does not expand and he can only reject some states of the current world, as such which cannot be realized. The article gives the axiomatization of LCB logic and proves the completeness of the obtained logic in relation to the semantics of the expanding language.

Ad. (iii) The logic **LEC** formalizes two new epistemic notions: *current knowledge* and *stable knowledge*, represented by two modal operators: k and \mathcal{K} respectively. This is the one-agent logic of two modalities. As before, we take the formal basis **LC** and assume that the language of the agent is expanding. Current knowledge may relate to the changing components of the world and therefore it may also change. Stable knowledge refers to situations that cannot be changed. This modality corresponds to the classical concept of *episteme* in the sense that the acquired stable knowledge is unchangeable. In **LEC** logic, stable knowledge implies current knowledge. When current knowledge never changes, then it implies stable knowledge. In epistemic logics, the axiomatic description of the knowledge operator, usually takes into account the modal logics between **S4** and **S5**. Especially the principle of negative introspection (lack of knowledge implies knowledge of its lack) is being questioned. According to J. Hintikka's argument, in alternative epistemic states, an agent may have more knowledge in connection with obtaining new information. (In standard epistemic logics, true formula $\mathcal{K}A$ in state s is interpreted as the truth of A in all alternative states relative to s .) Acceptance of the principle of negative introspection and the axiom **T** (only true propositions are the subject of knowledge) causes that each state is alternative in relation to all states. The operator of the stable knowledge \mathcal{K} is axiomatically entangled in the concepts of change and current knowledge. In **LEC**, unlike in the case of other known temporal epistemic logics, axioms and rules do not impose any isolated properties of \mathcal{K} . The article provides proof that \mathcal{K} has the properties of modal logic **S4.3**. The stable knowledge in **LEC** logic supports Hintikka's argumentation. The agent can successively expand his conceptual apparatus and acquire knowledge because the principle of negative retrospection is not provable in **LEC**. In other words, the lack of stable knowledge can change. There is given proof of the completeness of **LEC** logic in relation to the declared semantics and discussed its relation to selected linear epistemic logics. The combination of two concepts of knowledge, expressed in the growing language, allows us to question the principle of perfect recall again. The principle of perfect recall in **LEC**, due to new cognitive circumstances and the widening spectrum of possible states, is not provable for either k or \mathcal{K} .

25.06.2020